第 2 講　平方根の性質

Step 1

1　次のアからエまでの文の中から誤っているものを１つ選んでそのかな符号を書き，正しい文にするために下線部を正しい整数に書き直しなさい。

ア　$-\sqrt{81}$ は $\underline{-9}$ である。　　イ　$\sqrt{(-9)^2}$ は $\underline{-9}$ である。

ウ　81 の平方根は $\underline{\pm 9}$ である。　　エ　$(\sqrt{9})^2$ は $\underline{9}$ である。

【愛知県】

2　次の問いに答えなさい。

(1)　$\sqrt{5} < \sqrt{a} < 2\sqrt{2}$ に当てはまる自然数 a を，すべて求めなさい。

【長野県】

(2)　$\sqrt{2} < x < \sqrt{19}$ を満たす整数 x を，小さい順にすべて書きなさい。

【群馬県】

(3)　$3 < \sqrt{\dfrac{n}{2}} < 4$ をみたす自然数 n の個数を求めよ。

【鹿児島県】

3　次の問いに答えなさい。

(1)　$\sqrt{3} = 1.732$ として，$6 \div \sqrt{3}$ の値を求めるために，学さんは $a \times 1.732$ と計算した。この計算が正しくなるような a の値を求めなさい。

【秋田県】

(2)　$\sqrt{5} = 2.236$ として，$\dfrac{1}{\sqrt{5}}$ の近似値を四捨五入して小数第２位まで求めなさい。

【岐阜県】

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製･転載を禁止します。

Step　2

4　次の問いに答えなさい。

(1)　$\sqrt{28n}$ が自然数となるような自然数 n のうち，もっとも小さい数を求めなさい。

【青森県】

(2)　$\sqrt{\frac{48}{5}n}$ が自然数となるような，最も小さい自然数 n の値を求めなさい。

【神奈川県】

5　次の問いに答えなさい。

(1)　$3\sqrt{2}$ を小数で表したとき，その整数部分の値を求めなさい。　【岐阜県】

(2)　$\sqrt{10}$ の小数部分を a とするとき，$a(a+6)$ の値を求めよ。　【奈良県】

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製･転載を禁止します。

Step　3

6　次の問いに答えなさい。

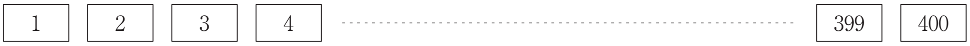
(1)　$\sqrt{\dfrac{1000}{ab}}$ が自然数になるような１けたの自然数 a，b は何組あるか，求めなさい。

【秋田県】

(2)　$\dfrac{\sqrt{50-2n}}{3}$ が自然数になるとき，自然数 n の値を求めなさい。　【千葉県】

7　次のⅠ図のように，１から 400 までのすべての整数が１つずつ表に書かれているカードが 400 枚ある。

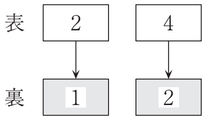
Ⅰ図



これらのカードの裏に，カードの表の整数が x のときは，$\sqrt{x}$ の整数部分（$\sqrt{x}$ 以下の整数のなかで最も大きい数）を書くことにする。

例えば，右のⅡ図のように，カードの表の整数が２のときは，$\sqrt{2}=1.414\cdots$ だからその裏に１を書き，カードの表の整数が４のときは，$\sqrt{4}=2$ だからその裏に２を書く。

Ⅱ図



このようにして，すべてのカードの裏に整数を書いたとき，次の問い(1)・(2)に答えよ。

(1)　カードの表の整数が 10 であるとき，その裏に書かれている数を答えよ。

また，これら 400 枚のカードのうち，裏に４と書かれているカードの枚数を調べるため，次のように考えた。空欄［ア］には当てはまる整数のなかで最も小さい数を答え，空欄［イ］には当てはまる数を答えよ。

裏に４と書かれたカードの表の整数を x とすると，

$4 \leqq \sqrt{x} <$［ア］……①

である。

よって，①に当てはまる x は［イ］個あるので，裏に４と書かれたカードは［イ］枚ある。

(2)　これら 400 枚のカードのうち，整数 m が裏に書かれているカードが全部で 27 枚あった。このときの m を求めよ。

【京都府】

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

〈 ***Note*** 〉

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製･転載を禁止します。

第2講　平方根の性質

Step 1

1　(誤っているものは)イ　(下線部を書き直すと) 9

≪解説≫

イ：$\sqrt{(-9)^2} = \sqrt{81} = 9$

2　(1) 6，7　(2) 2，3，4　(3) 13 (個)

≪解説≫

(1) $\sqrt{5} < \sqrt{a} < 2\sqrt{2}$ より，$\sqrt{5} < \sqrt{a} < \sqrt{8}$　よって，$5 < a < 8$ だから，$a = 6,\ 7$

(2) $1 < \sqrt{2} < 2,\ 4 < \sqrt{19} < 5$ なので，$x = 2,\ 3,\ 4$

(3) $\sqrt{9} < \sqrt{\dfrac{n}{2}} < \sqrt{16}$ なので，$9 < \dfrac{n}{2} < 16$ となり，$18 < n < 32$　これを満たす自然数 n の個数は，19 から 31 までの 13 個。

3　(1) (a =) 2　(2) 0.45

≪解説≫

(1) $6 \div \sqrt{3} = \dfrac{6}{\sqrt{3}} = \dfrac{6\sqrt{3}}{3} = 2\sqrt{3}$ だから，$a = 2$

(2) $\dfrac{1}{\sqrt{5}} = \dfrac{1 \times \sqrt{5}}{\sqrt{5} \times \sqrt{5}} = \dfrac{\sqrt{5}}{5} = \dfrac{2.236}{5} = 0.4472$　小数第 3 位を四捨五入して，0.45。

Step 2

4　(1) (n =) 7　(2) (n =) 15

≪解説≫

(1) 根号の中の数を素因数分解したとき，すべての素数が偶数乗になればよい。$28 = 2^2 \times 7$ なので，もっとも小さい n は，$n = 7$

(2) 根号の中の数を素因数分解したとき，すべての素数が偶数乗になればよい。分母の 5 を消すために，n は 5 の倍数でなければならない。また，$48 = 2^4 \times 3$ より，3 を 2 乗にするために，n は 3 の倍数でなくてはならない。よって，最も小さい自然数 n は，$n = 5 \times 3 = 15$

5　(1) 4　(2) 1

≪解説≫

(1) $3\sqrt{2} = \sqrt{18}$　$4^2 < 18 < 5^2$ より，$\sqrt{4^2} < \sqrt{18} < \sqrt{5^2}$　よって，$4 < \sqrt{18} < 5$ だか

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

ら，$3\sqrt{2}$ の整数部分は4。

(2) $\sqrt{9} < \sqrt{10} < \sqrt{16}$ より，$3 < \sqrt{10} < 4$　これより，$\sqrt{10}$ の整数部分は3だから，$a = \sqrt{10} - 3$ となる。よって，$a(a + 6) = (\sqrt{10} - 3)(\sqrt{10} - 3 + 6) = (\sqrt{10} - 3)(\sqrt{10} + 3) = (\sqrt{10})^2 - 3^2 = 10 - 9 = 1$

Step　3

6　(1) 4（組）　(2)（$n =$）7

≪解説≫

(1) $\sqrt{\dfrac{1000}{ab}} = \sqrt{\dfrac{2^3 \times 5^3}{ab}}$ より，$\sqrt{\dfrac{1000}{ab}}$ が自然数になる ab の値は，2×5，$2^3 \times 5$，2×5^3，$2^3 \times 5^3$ のいずれか。これより，1けたの自然数 a，b の組は，$ab = 2 \times 5 = 10$ のとき，$(a,\ b) = (2,\ 5)$，$(5,\ 2)$ の2組。$ab = 2^3 \times 5 = 40$ のとき，$(a,\ b) = (8,\ 5)$，$(5,\ 8)$ の2組。$ab = 2 \times 5^3 = 250$，$ab = 2^3 \times 5^3 = 1000$ のときは，条件を満たす a，b の組はない。よって，$2 + 2 = 4$（組）

(2) $\dfrac{\sqrt{50 - 2n}}{3} = m$ とすると，$3m = \sqrt{50 - 2n}$　この両辺を2乗すると，$9m^2 = 50 - 2n$ より，$2n = 50 - 9m^2$ となり，$n = \dfrac{50 - 9m^2}{2}$　m，n ともに自然数なので，m に1から順に自然数をあてはめていくと，$m = 1$ のとき，$n = \dfrac{50 - 9 \times 1^2}{2} = \dfrac{41}{2}$ で適さない。$m = 2$ のとき，$n = \dfrac{50 - 9 \times 2^2}{2} = 7$ で適する。$m = 3$ のとき，$n = \dfrac{50 - 9 \times 3^2}{2} = -\dfrac{31}{2}$ となり，$m \geqq 3$ のとき n は負の数になるので，$m \geqq 3$ では適するものはない。

よって，$n = 7$

7　(1)（［10］の裏）3　ア．5　イ．9　(2)（$m =$）13

≪解説≫

(1) $\sqrt{3^2} < \sqrt{10} < \sqrt{4^2}$ より，$3 < \sqrt{10} < 4$　よって，$\sqrt{10}$ の整数部分は3。また，$\sqrt{x}$ の整数部分が4となる整数 x について，$4 \leqq \sqrt{x} < 5$ が成り立つ。各辺を2乗すると，$16 \leqq x < 25$ だから，これを満たす x は，16から24の整数で，9個ある。

(2) 裏に整数 m が書かれているカードの表の整数を x とすると，$m \leqq \sqrt{x} < m + 1$ が成り立つ。各辺を2乗して，$m^2 \leqq x < (m + 1)^2$　これを満たす x が27個あることから，$(m + 1)^2 - m^2 = 27$　整理して，$2m = 26$ より，$m = 13$

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。